Kinematyka

Adam Szmagliński

Instytut Fizyki PK

Kraków, 20.10.2016

Cząstka albo punkt materialny

to ciało o znikomo małych rozmiarach w porównaniu z otoczeniem, charakteryzujące się ważkością i położeniem.

Cząstka albo punkt materialny

to ciało o znikomo małych rozmiarach w porównaniu z otoczeniem, charakteryzujące się ważkością i położeniem.

Położenie

jest pojęciem względnym – można je określić tylko względem innych ciał, zwanych *ciałami odniesienia*. Z *ciałami odniesienia* wiąże się układ współrzędnych zwany **układem odniesienia**.

Cząstka albo punkt materialny

to ciało o znikomo małych rozmiarach w porównaniu z otoczeniem, charakteryzujące się ważkością i położeniem.

Położenie

jest pojęciem względnym – można je określić tylko względem innych ciał, zwanych *ciałami odniesienia*. Z *ciałami odniesienia* wiąże się układ współrzędnych zwany **układem odniesienia**.

Ruch

danego ciała to zmiana położenia tego ciała w czasie, względem danego *układu odniesienia*.

Cząstka albo punkt materialny

to ciało o znikomo małych rozmiarach w porównaniu z otoczeniem, charakteryzujące się ważkością i położeniem.

Położenie

jest pojęciem względnym – można je określić tylko względem innych ciał, zwanych *ciałami odniesienia*. Z *ciałami odniesienia* wiąże się układ współrzędnych zwany **układem odniesienia**.

Ruch

danego ciała to zmiana położenia tego ciała w czasie, względem danego *układu odniesienia*.

Tor ruchu

to linia zakreślana przez poruszającą się cząstkę.

Cząstka albo punkt materialny

to ciało o znikomo małych rozmiarach w porównaniu z otoczeniem, charakteryzujące się ważkością i położeniem.

Położenie

jest pojęciem względnym – można je określić tylko względem innych ciał, zwanych *ciałami odniesienia*. Z *ciałami odniesienia* wiąże się układ współrzędnych zwany **układem odniesienia**.

Ruch

danego ciała to zmiana położenia tego ciała w czasie, względem danego *układu odniesienia*.

Tor ruchu

to linia zakreślana przez poruszającą się cząstkę.

Droga

to długość przebytego przez cząstkę odcinka *toru*.

Prędkość

to pochodna *wektora położenia* względem czasu: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{r} = \int \vec{v}\, dt$.

Prędkość

to pochodna *wektora położenia* względem czasu: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{r} = \int \vec{v}\, dt$.

Prędkość średnia

to stosunek przyrostu *promienia wodzącego* do czasu, w którym ten przyrost nastąpił: $\vec{v}_{\text{śr}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.

Prędkość

to pochodna *wektora położenia* względem czasu: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{r} = \int \vec{v}\, dt$.

Prędkość średnia

to stosunek przyrostu *promienia wodzącego* do czasu, w którym ten przyrost nastąpił: $\vec{v}_{\text{śr}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$.

Przyspieszenie

to pochodna *prędkości* względem czasu: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$, $\vec{v} = \int \vec{a}\, dt$.

Składowe w *układzie biegunowym*: **radialna** i **transwersalna**

położenie: $z = x + iy = re^{i\varphi}$

Składowe w *układzie biegunowym*: **radialna** i **transwersalna**

położenie: $z = x + iy = re^{i\varphi}$

Prędkość

$\dot{z} \equiv \frac{dz}{dt} = (\dot{r} + ir\dot{\varphi})\, e^{i\varphi}$

składowa prędkości w kierunku promienia wodzącego (*radialna*): $v_r = \dot{r}$

składowa prędkości *transwersalna*: $v_\varphi = r\dot{\varphi}$

Składowe w *układzie biegunowym*: **radialna** i **transwersalna**

położenie: $z = x + iy = re^{i\varphi}$

Prędkość

$\dot{z} \equiv \frac{dz}{dt} = (\dot{r} + ir\dot{\varphi})\, e^{i\varphi}$

składowa prędkości w kierunku promienia wodzącego (*radialna*): $v_r = \dot{r}$

składowa prędkości *transwersalna*: $v_\varphi = r\dot{\varphi}$

Przyspieszenie

$\ddot{z} = [\ddot{r} + i\dot{r}\dot{\varphi} + ir\ddot{\varphi} + (\dot{r} + ir\dot{\varphi})\, i\dot{\varphi}]\, e^{i\varphi} = \left[\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 + i\,(2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi})\right] e^{i\varphi}$

przyspieszenie radialne: $a_r = \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2$

przyspieszenie transwersalne: $a_\varphi = 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}$

Współrzędne naturalne przyspieszenia: normalna i styczna

$\vec{a} = [a_x, a_y] \rightarrow [a_n, a_t]$ – współrzędna normalna i styczna
$a^2 = a_n^2 + a_t^2$

Współrzędne naturalne przyspieszenia: normalna i styczna

$\vec{a} = [a_x, a_y] \rightarrow [a_n, a_t]$ – współrzędna normalna i styczna
$a^2 = a_n^2 + a_t^2$

Prędkość jest styczna do toru $d\vec{r}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt} = v\hat{i}_t$

Współrzędne naturalne przyspieszenia: normalna i styczna

$\vec{a} = [a_x, a_y] \rightarrow [a_n, a_t]$ – współrzędna normalna i styczna
$a^2 = a_n^2 + a_t^2$

Prędkość jest styczna do toru $d\vec{r}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt} = v\hat{i}_t$

Przyspieszenie styczne

to rzut wektora przyspieszenia na wektor prędkości:
$a_t = a\cos\sphericalangle\langle\vec{a};\vec{v}\rangle = a\frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{av} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{v}$

Współrzędne naturalne przyspieszenia: normalna i styczna

$\vec{a} = [a_x, a_y] \rightarrow [a_n, a_t]$ – współrzędna normalna i styczna
$a^2 = a_n^2 + a_t^2$

Prędkość jest styczna do toru $d\vec{r}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\frac{ds}{dt} = v\hat{i}_t$

Przyspieszenie styczne

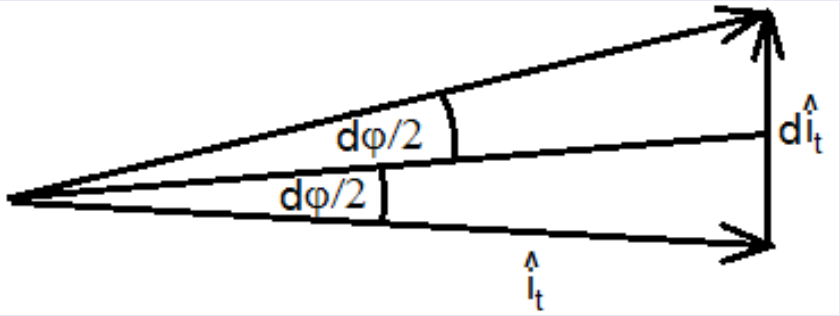
to rzut wektora przyspieszenia na wektor prędkości:
$a_t = a\cos\sphericalangle\langle\vec{a};\vec{v}\rangle = a\frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{av} = \frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{v}$

Przyrost obracającego się wersora jest do niego prostopadły

$d\left(\hat{i}_t^2\right) = 2\hat{i}_t \cdot d\hat{i}_t = 0 = \hat{i}_t \cdot \hat{i}_n \qquad \Rightarrow \qquad d\hat{i}_t$ jest równoległy do $\hat{i}_n$

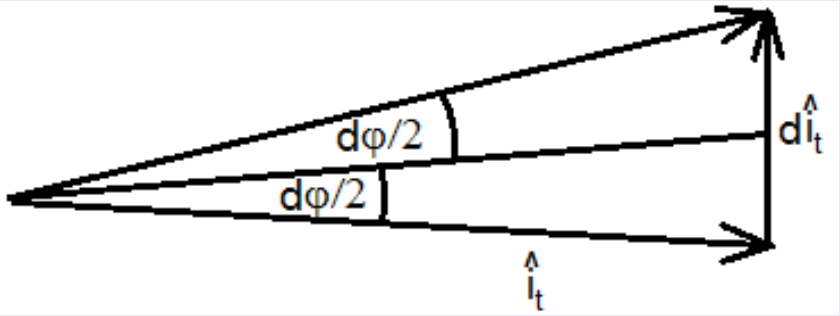
$$\left|d\hat{i}_t\right| = 2\left|\hat{i}_t\right|\sin\frac{d\varphi}{2} \approx d\varphi \Rightarrow d\hat{i}_t = d\varphi\hat{i}_n$$

z definicji kąta: $d\varphi = \frac{dr}{\rho}$



$$\left|d\hat{i}_t\right| = 2\left|\hat{i}_t\right|\sin\frac{d\varphi}{2} \approx d\varphi \Rightarrow d\hat{i}_t = d\varphi\hat{i}_n$$

z definicji kąta: $d\varphi = \frac{dr}{\rho}$

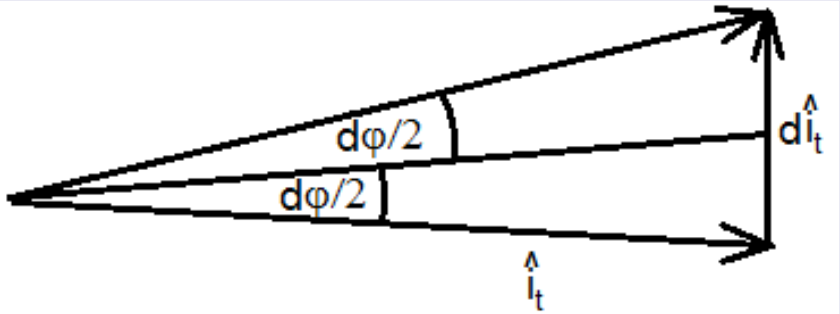


Przyspieszenie

$$\vec{a} = \frac{d\left(v\hat{i}_t\right)}{dt} = \frac{dv}{dt}\hat{i}_t + v\frac{d\hat{i}_t}{dt} \qquad v\frac{d\hat{i}_t}{dt} = v\frac{d\hat{i}_t}{dr}\frac{dr}{dt} = v^2\frac{d\varphi}{dr}\hat{i}_n = \frac{v^2}{\rho}\hat{i}_n$$

$$\left|d\hat{i}_t\right| = 2\left|\hat{i}_t\right|\sin\frac{d\varphi}{2} \approx d\varphi \Rightarrow d\hat{i}_t = d\varphi\hat{i}_n$$

z definicji kąta: $d\varphi = \frac{dr}{\rho}$



Przyspieszenie

$$\vec{a} = \frac{d\left(v\hat{i}_t\right)}{dt} = \frac{dv}{dt}\hat{i}_t + v\frac{d\hat{i}_t}{dt} \qquad v\frac{d\hat{i}_t}{dt} = v\frac{d\hat{i}_t}{dr}\frac{dr}{dt} = v^2\frac{d\varphi}{dr}\hat{i}_n = \frac{v^2}{\rho}\hat{i}_n$$

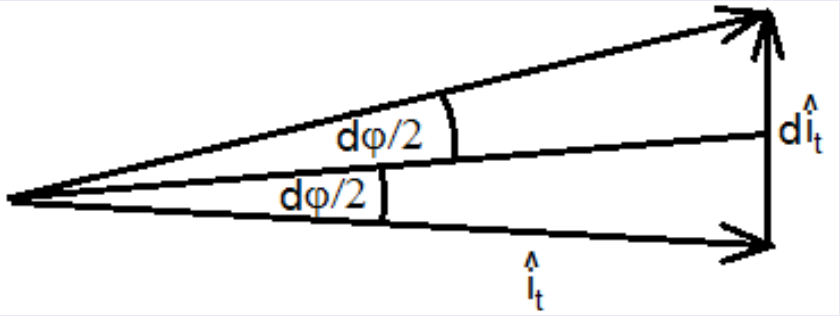
Składowe naturalne przyspieszenia

styczna: $a_t = \frac{dv}{dt}$

normalna: $a_n = \frac{v^2}{\rho}$

$$\left|d\hat{i}_t\right| = 2\left|\hat{i}_t\right|\sin\frac{d\varphi}{2} \approx d\varphi \Rightarrow d\hat{i}_t = d\varphi\hat{i}_n$$

z definicji kąta: $d\varphi = \frac{dr}{\rho}$



Przyspieszenie

$$\vec{a} = \frac{d\left(v\hat{i}_t\right)}{dt} = \frac{dv}{dt}\hat{i}_t + v\frac{d\hat{i}_t}{dt} \qquad v\frac{d\hat{i}_t}{dt} = v\frac{d\hat{i}_t}{dr}\frac{dr}{dt} = v^2\frac{d\varphi}{dr}\hat{i}_n = \frac{v^2}{\rho}\hat{i}_n$$

Składowe naturalne przyspieszenia

styczna: $a_t = \frac{dv}{dt}$

normalna: $a_n = \frac{v^2}{\rho}$

Trzeci wymiar – wersor binormalny

$$\hat{i}_b = \hat{i}_t \times \hat{i}_n$$

Ruch po okręgu ($r = \mathrm{const}$)

Miara kąta (w radianach)

to stosunek długości łuku okręgu opartego na tym kącie do promienia tego okręgu: $\varphi = \frac{s}{r}$

Ruch po okręgu ($r = \mathrm{const}$)

Miara kąta (w radianach)

to stosunek długości łuku okręgu opartego na tym kącie do promienia tego okręgu: $\varphi = \frac{s}{r}$

Prędkość kątowa (częstość kołowa, pulsacja) $\vec{\omega}$

jest wektorem skierowanym prostopadle do płaszczyzny okręgu:

$s = r\varphi \qquad v = r\dot{\varphi} \equiv r\omega \qquad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

Ruch po okręgu ($r = \text{const}$)

Miara kąta (w radianach)

to stosunek długości łuku okręgu opartego na tym kącie do promienia tego okręgu: $\varphi = \frac{s}{r}$

Prędkość kątowa (częstość kołowa, pulsacja) $\vec{\omega}$

jest wektorem skierowanym prostopadle do płaszczyzny okręgu:

$s = r\varphi \qquad v = r\dot{\varphi} \equiv r\omega \qquad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$\vec{a} = \frac{d(\vec{\omega}\times\vec{r})}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} = a_t \hat{i}_t + a_n \hat{i}_n$$

Ruch po okręgu ($r = \text{const}$)

Miara kąta (w radianach)

to stosunek długości łuku okręgu opartego na tym kącie do promienia tego okręgu: $\varphi = \frac{s}{r}$

Prędkość kątowa (częstość kołowa, pulsacja) $\vec{\omega}$

jest wektorem skierowanym prostopadle do płaszczyzny okręgu:

$s = r\varphi \qquad v = r\dot{\varphi} \equiv r\omega \qquad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$\vec{a} = \frac{d(\vec{\omega}\times\vec{r})}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} = a_t \hat{i}_t + a_n \hat{i}_n$$

Przyspieszenie kątowe: $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

Ruch po okręgu ($r = \text{const}$)

Miara kąta (w radianach)

to stosunek długości łuku okręgu opartego na tym kącie do promienia tego okręgu: $\varphi = \frac{s}{r}$

Prędkość kątowa (częstość kołowa, pulsacja) $\vec{\omega}$

jest wektorem skierowanym prostopadle do płaszczyzny okręgu:

$s = r\varphi \qquad v = r\dot{\varphi} \equiv r\omega \qquad \vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

$$\vec{a} = \frac{d(\vec{\omega}\times\vec{r})}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} = a_t \hat{i}_t + a_n \hat{i}_n$$

Przyspieszenie kątowe: $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

Przyspieszenie normalne:

$$a_n \hat{i}_n = \vec{\omega} \times \vec{v} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \underbrace{(\vec{\omega} \cdot \vec{r})}_{0} \vec{\omega} - (\vec{\omega} \cdot \vec{\omega})\, \vec{r} = -\omega^2 \vec{r}$$

Okres T w ruchu jednostajnym po okręgu ($\omega = \mathrm{const}$)

to czas potrzebny na przebycie drogi kątowej: $\varphi = 2\pi$

Okres T w ruchu jednostajnym po okręgu ($\omega = \mathrm{const}$)

to czas potrzebny na przebycie drogi kątowej: $\varphi = 2\pi$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

Okres T w ruchu jednostajnym po okręgu ($\omega = \mathrm{const}$)

to czas potrzebny na przebycie drogi kątowej: $\varphi = 2\pi$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

Częstość

to stosunek liczby obiegów okręgu do czasu tych obiegów: $\nu = \frac{n}{t} = \frac{1}{T}$

Okres T w ruchu jednostajnym po okręgu ($\omega = \mathrm{const}$)

to czas potrzebny na przebycie drogi kątowej: $\varphi = 2\pi$

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

Częstość

to stosunek liczby obiegów okręgu do czasu tych obiegów: $\nu = \frac{n}{t} = \frac{1}{T}$

$$\omega = 2\pi\nu$$