Ruch falowy

Adam Szmagliński

Instytut Fizyki PK

Kraków, 05.11.2016

Fala jednowymiarowa

Fala

to *zaburzenie* lub *zespół zaburzeń* rozchodzących się w przestrzeni. Zaburzenie może mieć postać *impulsu* lub *drgań*.

Fala jednowymiarowa

Fala

to *zaburzenie* lub *zespół zaburzeń* rozchodzących się w przestrzeni. Zaburzenie może mieć postać *impulsu* lub *drgań*.

Zaburzenie rozchodzi się z prędkością v zwaną **prędkością fali**, opisywane jest **funkcją falową** $\Psi = \Psi(\vec{r}, t)$, której zmiana oznacza odejście od stanu równowagi i wywołuje powstanie *czynnika zwrotnego* przywracającego równowagę.

Fala jednowymiarowa

Fala

to *zaburzenie* lub *zespół zaburzeń* rozchodzących się w przestrzeni. Zaburzenie może mieć postać *impulsu* lub *drgań*.

Zaburzenie rozchodzi się z prędkością v zwaną **prędkością fali**, opisywane jest **funkcją falową** $\Psi = \Psi(\vec{r}, t)$, której zmiana oznacza odejście od stanu równowagi i wywołuje powstanie *czynnika zwrotnego* przywracającego równowagę.

Przy ustalonym położeniu funkcja falowa opisuje drgania w danym punkcie. Gdy ustalimy czas otrzymamy kształt zaburzenia $\Psi(x')$.

Fala jednowymiarowa

Fala

to *zaburzenie* lub *zespół zaburzeń* rozchodzących się w przestrzeni. Zaburzenie może mieć postać *impulsu* lub *drgań*.

Zaburzenie rozchodzi się z prędkością v zwaną **prędkością fali**, opisywane jest **funkcją falową** $\Psi = \Psi(\vec{r}, t)$, której zmiana oznacza odejście od stanu równowagi i wywołuje powstanie *czynnika zwrotnego* przywracającego równowagę.

Przy ustalonym położeniu funkcja falowa opisuje drgania w danym punkcie. Gdy ustalimy czas otrzymamy kształt zaburzenia $\Psi(x')$.

Gdy fala rozchodzi się wzdłuż osi x układu laboratoryjnego z prędkością v, z transformacji położenia otrzymujemy funkcję: $\Psi(x') = \Psi(x - vt)$.

Zróżniczkujemy jednowymiarową funkcję falową względem x:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'} \frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}$$

Zróżniczkujemy jednowymiarową funkcję falową względem x:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}$$

Poprzez dwukrotne różniczkowanie względem czasu otrzymujemy:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t} = -v\frac{\partial \Psi}{\partial x'} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -v\frac{\partial}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t}\frac{\partial \Psi}{\partial x'} = v^2\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x'^2}$$

Zróżniczkujemy jednowymiarową funkcję falową względem x:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}$$

Poprzez dwukrotne różniczkowanie względem czasu otrzymujemy:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t} = -v\frac{\partial \Psi}{\partial x'} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -v\frac{\partial}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t}\frac{\partial \Psi}{\partial x'} = v^2\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x'^2}$$

Równanie fali jednowymiarowej: $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$

Zróżniczkujemy jednowymiarową funkcję falową względem x:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}$$

Poprzez dwukrotne różniczkowanie względem czasu otrzymujemy:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t} = -v\frac{\partial \Psi}{\partial x'} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -v\frac{\partial}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t}\frac{\partial \Psi}{\partial x'} = v^2\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x'^2}$$

Równanie fali jednowymiarowej: $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$

Z addytywności pochodnych funkcji wynika **zasada superpozycji fal**:

$$\Psi(x,t) = \sum_{i=1}^{n} C_i \Psi_i(x,t)$$

Zróżniczkujemy jednowymiarową funkcję falową względem x:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}$$

Poprzez dwukrotne różniczkowanie względem czasu otrzymujemy:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t} = -v\frac{\partial \Psi}{\partial x'} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -v\frac{\partial}{\partial x'}\frac{\partial x'}{\partial t}\frac{\partial \Psi}{\partial x'} = v^2\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x'^2}$$

Równanie fali jednowymiarowej: $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$

Z addytywności pochodnych funkcji wynika **zasada superpozycji fal**:

$$\Psi(x,t) = \sum_{i=1}^{n} C_i \Psi_i(x,t)$$

Funkcja falowa **fali harmonicznej** ma postać:

$$\Psi(x,t) = A\sin[k(x-vt)] = A\sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$

Dla $x = 0$ otrzymujemy drgania harmoniczne w początku układu:

$$\Psi(0, t) = A \sin(-kvt) = A \sin(-\omega t)$$

Dla $x = 0$ otrzymujemy drgania harmoniczne w początku układu:

$$\Psi(0, t) = A \sin(-kvt) = A \sin(-\omega t)$$

Stąd **liczba falowa**: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi}{\lambda}$

Dla $x = 0$ otrzymujemy drgania harmoniczne w początku układu:

$$\Psi(0,t) = A\sin(-kvt) = A\sin(-\omega t)$$

Stąd **liczba falowa**: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi}{\lambda}$

Dla $t = 0$ otrzymujemy przestrzenny kształt zaburzenia:

$$\Psi(x,0) = A\sin(kx) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

Okres przestrzenny jest **długością fali**: $\lambda = vT$

Dla $x = 0$ otrzymujemy drgania harmoniczne w początku układu:

$$\Psi(0,t) = A\sin(-kvt) = A\sin(-\omega t)$$

Stąd **liczba falowa**: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi}{\lambda}$

Dla $t = 0$ otrzymujemy przestrzenny kształt zaburzenia:

$$\Psi(x,0) = A\sin(kx) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

Okres przestrzenny jest **długością fali**: $\lambda = vT$

Funkcja falowa w zapisie zespolonym: $\Psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t+\varphi)}$

Faza funkcji falowej $\Phi = kx - \omega t + \varphi$ jest funkcją położenia i czasu.

Dla $x = 0$ otrzymujemy drgania harmoniczne w początku układu:

$$\Psi(0,t) = A\sin(-kvt) = A\sin(-\omega t)$$

Stąd **liczba falowa**: $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi}{\lambda}$

Dla $t = 0$ otrzymujemy przestrzenny kształt zaburzenia:

$$\Psi(x,0) = A\sin(kx) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

Okres przestrzenny jest **długością fali**: $\lambda = vT$

Funkcja falowa w zapisie zespolonym: $\Psi(x,t) = Ae^{i(kx-\omega t+\varphi)}$

Faza funkcji falowej $\Phi = kx - \omega t + \varphi$ jest funkcją położenia i czasu.

Prędkość fazowa v_f

to prędkość przemieszczania się *powierzchni stałej fazy*:

$$\Phi = kx - \omega t + \varphi = \mathrm{const} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\omega}{k}t + \mathrm{const}' \quad \Rightarrow \quad v_f = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu$$

Fala trójwymiarowa

Fala płaska

to fala której *powierzchnia stałej fazy* jest płaszczyzną.

Fala trójwymiarowa

Fala płaska

to fala której *powierzchnia stałej fazy* jest płaszczyzną.

Wektor falowy $\vec{k}$

posiada wartość odpowiadającą *liczbie falowej*, jest prostopadły do *powierzchni stałej fazy* i wyznacza kierunek rozchodzenia się fali.

Fala trójwymiarowa

Fala płaska

to fala której *powierzchnia stałej fazy* jest płaszczyzną.

Wektor falowy $\vec{k}$

posiada wartość odpowiadającą *liczbie falowej*, jest prostopadły do *powierzchni stałej fazy* i wyznacza kierunek rozchodzenia się fali.

Czoło fali

to *powierzchnia stałej fazy* odpowiadająca krawędzi rozchodzącego się *zaburzenia*.

Fala trójwymiarowa

Fala płaska

to fala której *powierzchnia stałej fazy* jest płaszczyzną.

Wektor falowy $\vec{k}$

posiada wartość odpowiadającą *liczbie falowej*, jest prostopadły do *powierzchni stałej fazy* i wyznacza kierunek rozchodzenia się fali.

Czoło fali

to *powierzchnia stałej fazy* odpowiadająca krawędzi rozchodzącego się *zaburzenia*.

Źródło fali

to miejsce pierwotnego *zaburzenia*.

Poprzez dwukrotne różniczkowanie trójwymiarowej funkcji falowej $\Psi(\vec{r},t) = Ae^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)}$ względem współrzędnych położenia i czasu otrzymujemy: $\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = -k_x^2\Psi$, $\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} = -k_y^2\Psi$, $\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = -k_z^2\Psi$, $\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = -\omega^2\Psi$.

Poprzez dwukrotne różniczkowanie trójwymiarowej funkcji falowej $\Psi(\vec{r},t) = Ae^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)}$ względem współrzędnych położenia i czasu otrzymujemy: $\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = -k_x^2\Psi$, $\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} = -k_y^2\Psi$, $\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = -k_z^2\Psi$, $\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} = -\omega^2\Psi$.

$$\nabla^2\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} = -\left(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2\right)\Psi = -k^2\Psi = \frac{k^2}{\omega^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$$

stąd równanie fali: $\nabla^2\Psi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2}$

Fala spolaryzowana

Fala spolaryzowana liniowo

to fala której funkcja falowa jest wektorem o stałym kierunku w przestrzeni.

Fala spolaryzowana

Fala spolaryzowana liniowo

to fala której funkcja falowa jest wektorem o stałym kierunku w przestrzeni.

Dla fali harmonicznej: $\vec{\Psi}(\vec{r}, t) = \vec{A} e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t\right)}$

Fala spolaryzowana

Fala spolaryzowana liniowo

to fala której funkcja falowa jest wektorem o stałym kierunku w przestrzeni.

Dla fali harmonicznej: $\vec{\Psi}(\vec{r},t) = \vec{A}e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)}$

Dla bezźródłowej funkcji falowej:

$$\mathrm{div}\vec{\Psi} = \vec{A}\,\mathrm{grad}e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)} = i\vec{k}\cdot\vec{A}e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{k}\cdot\vec{A} = 0$$

wektor $\vec{A}$ jest prostopadły do kierunku rozchodzenia się fali (fala poprzeczna).

Fala spolaryzowana kołowo

powstaje w wyniku złożenia dwóch *liniowo spolaryzowanych* fal o amplitudach prostopadłych do siebie i tej samej wartości, przesuniętych w fazie o $\frac{\pi}{2}$:

$$\vec{\Psi}(\vec{r},t) = \left(\vec{A} \mp i\vec{A} \times \frac{\vec{k}}{k}\right) e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)}$$

znak "−" oznacza *polaryzację prawoskrętną*,
znak "+" oznacza *polaryzację lewoskrętną*.

Fala spolaryzowana kołowo

powstaje w wyniku złożenia dwóch *liniowo spolaryzowanych* fal o amplitudach prostopadłych do siebie i tej samej wartości, przesuniętych w fazie o $\frac{\pi}{2}$:

$$\vec{\Psi}(\vec{r},t) = \left(\vec{A} \mp i\vec{A} \times \frac{\vec{k}}{k}\right) e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)}$$

znak "−" oznacza *polaryzację prawoskrętną*,
znak "+" oznacza *polaryzację lewoskrętną*.

Polaryzacja kołowa prawoskrętna

oznacza wirowanie wektora falowego zgodnie ze wskazówkami zegara, gdy jesteśmy zwróceni w kierunku rozchodzenia się fali.

Fala spolaryzowana kołowo

powstaje w wyniku złożenia dwóch *liniowo spolaryzowanych* fal o amplitudach prostopadłych do siebie i tej samej wartości, przesuniętych w fazie o $\frac{\pi}{2}$:

$$\vec{\Psi}(\vec{r},t) = \left(\vec{A} \mp i\vec{A} \times \frac{\vec{k}}{k}\right) e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)}$$

znak "−" oznacza *polaryzację prawoskrętną*,
znak "+" oznacza *polaryzację lewoskrętną*.

Polaryzacja kołowa prawoskrętna

oznacza wirowanie wektora falowego zgodnie ze wskazówkami zegara, gdy jesteśmy zwróceni w kierunku rozchodzenia się fali.

W czasie jednego okresu T, w którym fala przesunie się o swoją długość λ, wektor funkcji falowej wykona pełen obrót.

Fala w ośrodku

Ośrodek w którym rozchodzi się fala można traktować w uproszczeniu jako zbiór oscylatorów.
Zaburzenie wymusza drgania oscylatorów. Są one sprzężone z innymi i w ten sposób przekazują energię zaburzenia dalej.

Fala w ośrodku

Ośrodek w którym rozchodzi się fala można traktować w uproszczeniu jako zbiór oscylatorów.
Zaburzenie wymusza drgania oscylatorów. Są one sprzężone z innymi i w ten sposób przekazują energię zaburzenia dalej.

W **fali poprzecznej** drgania odbywają się prostopadle do kierunku rozchodzenia się, a w **fali podłużnej** równolegle.

Fala w ośrodku

Ośrodek w którym rozchodzi się fala można traktować w uproszczeniu jako zbiór oscylatorów.
Zaburzenie wymusza drgania oscylatorów. Są one sprzężone z innymi i w ten sposób przekazują energię zaburzenia dalej.

W **fali poprzecznej** drgania odbywają się prostopadle do kierunku rozchodzenia się, a w **fali podłużnej** równolegle.

Zasada Huygensa

Każdy punkt *czoła fali* można uważać za źródło nowej fali kulistej.

Fala w ośrodku

Ośrodek w którym rozchodzi się fala można traktować w uproszczeniu jako zbiór oscylatorów.
Zaburzenie wymusza drgania oscylatorów. Są one sprzężone z innymi i w ten sposób przekazują energię zaburzenia dalej.

W **fali poprzecznej** drgania odbywają się prostopadle do kierunku rozchodzenia się, a w **fali podłużnej** równolegle.

Zasada Huygensa

Każdy punkt *czoła fali* można uważać za źródło nowej fali kulistej.

Promień

to prosta prostopadła do czoła fali, wskazująca kierunek rozchodzenia się fali.

Prawo odbicia fali od granicy ośrodków

Promień padający, *promień odbity* i *normalna* do powierzchni granicznej w punkcie padania leżą w jednej płaszczyźnie, zwanej *płaszczyzną padania*. *Kąt padania* (między promieniem padającym a normalną do powierzchni granicznej) jest równy *kątowi odbicia* (między normalną a promieniem odbitym).

Prawo odbicia fali od granicy ośrodków

Promień padający, *promień odbity* i *normalna* do powierzchni granicznej w punkcie padania leżą w jednej płaszczyźnie, zwanej *płaszczyzną padania*. *Kąt padania* (między promieniem padającym a normalną do powierzchni granicznej) jest równy *kątowi odbicia* (między normalną a promieniem odbitym).

Prawo załamania na granicy ośrodków

Promień załamany leży w *płaszczyźnie padania*.
Stosunek sinusów kątów padania i załamania jest równy stosunkowi prędkości fali w obu ośrodkach (*względnemu współczynnikowi załamania*).

Prawo odbicia fali od granicy ośrodków

Promień padający, *promień odbity* i *normalna* do powierzchni granicznej w punkcie padania leżą w jednej płaszczyźnie, zwanej *płaszczyzną padania*.
Kąt padania (między promieniem padającym a normalną do powierzchni granicznej) jest równy *kątowi odbicia* (między normalną a promieniem odbitym).

Prawo załamania na granicy ośrodków

Promień załamany leży w *płaszczyźnie padania*.
Stosunek sinusów kątów padania i załamania jest równy stosunkowi prędkości fali w obu ośrodkach (*względnemu współczynnikowi załamania*).

Interferencja

to nakładanie się fal prowadzące do ich wzmocnienia lub osłabienia w poszczególnych miejscach.
Warunkiem uzyskania interferencji jest *spójność* interferujących fal.

Fale spójne

to fale dla których różnica faz nie zależy od czasu.

Fale spójne

to fale dla których różnica faz nie zależy od czasu.

Fale stojące

mogą powstawać w wyniku superpozycji fal płaskich biegnących w przeciwnych kierunkach:

$$\begin{aligned}\Psi &= \Psi_1 + \Psi_2 = Ae^{i(kx-\omega t+\delta)} + Ae^{i(-kx-\omega t)} \\ &= Ae^{i(-\omega t+\delta/2)}\left[e^{i(kx+\delta/2)} + e^{-i(kx+\delta/2)}\right] \\ &= 2A\cos\left(kx+\frac{\delta}{2}\right)e^{i(-\omega t+\delta/2)}\end{aligned}$$

δ – różnica faz obu fal

np. przy odbiciu fali od sztywnej ściany jej faza zmienia się na przeciwną: $\delta = \pi$

Amplituda fali stojącej zależy od położenia: $2A\cos\left(kx + \frac{\delta}{2}\right)$

Amplituda fali stojącej zależy od położenia: $2A\cos\left(kx+\frac{\delta}{2}\right)$

Maksima amplitudy nazywamy **strzałkami**:

$$kx+\frac{\delta}{2}=n\pi \quad \Rightarrow \quad x=\frac{n\lambda}{2}-\frac{\delta}{4\pi}\lambda$$

Amplituda fali stojącej zależy od położenia: $2A\cos\left(kx+\frac{\delta}{2}\right)$

Maksima amplitudy nazywamy **strzałkami**:

$$kx+\frac{\delta}{2}=n\pi \quad \Rightarrow \quad x=\frac{n\lambda}{2}-\frac{\delta}{4\pi}\lambda$$

Minima amplitudy nazywamy **węzłami**:

$$kx+\frac{\delta}{2}=\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi \quad \Rightarrow \quad x=\frac{n\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}-\frac{\delta}{4\pi}\lambda$$

Amplituda fali stojącej zależy od położenia: $2A\cos\left(kx+\frac{\delta}{2}\right)$

Maksima amplitudy nazywamy **strzałkami**:

$$kx+\frac{\delta}{2}=n\pi \quad \Rightarrow \quad x=\frac{n\lambda}{2}-\frac{\delta}{4\pi}\lambda$$

Minima amplitudy nazywamy **węzłami**:

$$kx+\frac{\delta}{2}=\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi \quad \Rightarrow \quad x=\frac{n\lambda}{2}+\frac{\lambda}{4}-\frac{\delta}{4\pi}\lambda$$

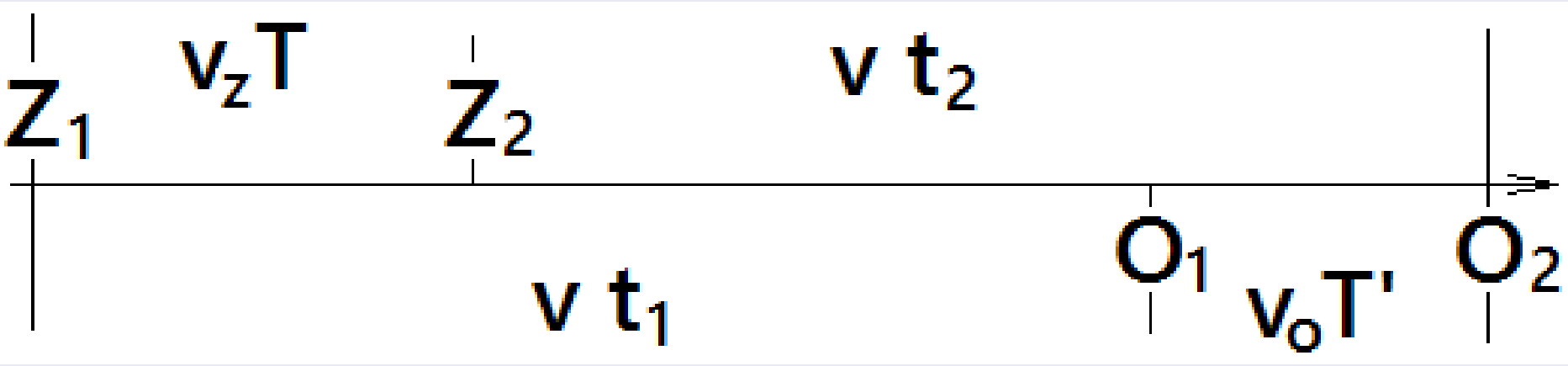
Odległości pomiędzy sąsiednimi *strzałkami* lub sąsiednimi *węzłami* równe są połowie długości *fali stojącej*.

Zjawisko Dopplera

polega na zmianie częstotliwości fali obserwowanej ν' w porównaniu z częstotliwością fali wysyłanej ze źródła ν. Ta zmiana częstotliwości wynika z ruchu źródła lub obserwatora względem ośrodka w którym porusza się fala z prędkością v.

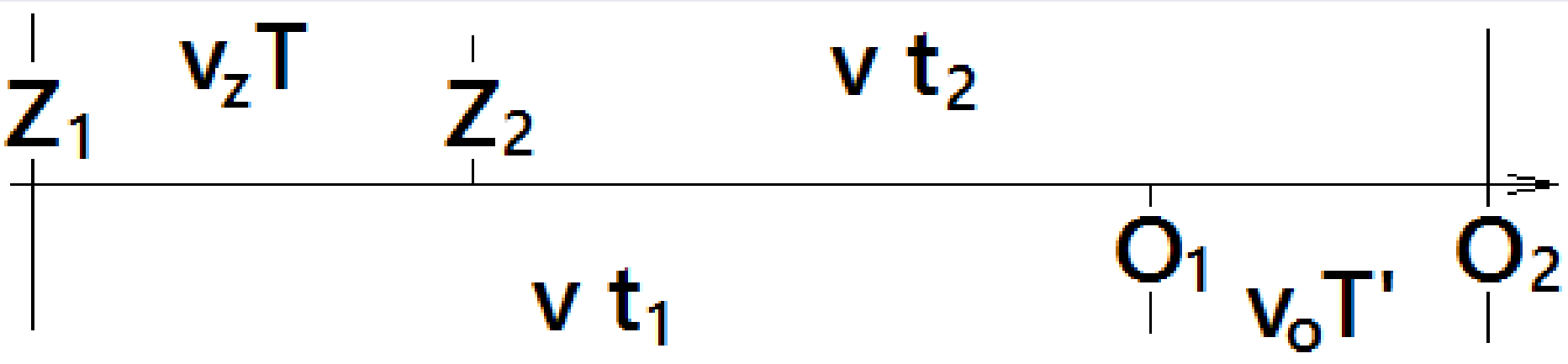
Zjawisko Dopplera

polega na zmianie częstotliwości fali obserwowanej ν' w porównaniu z częstotliwością fali wysyłanej ze źródła ν. Ta zmiana częstotliwości wynika z ruchu źródła lub obserwatora względem ośrodka w którym porusza się fala z prędkością v.



Zjawisko Dopplera

polega na zmianie częstotliwości fali obserwowanej ν' w porównaniu z częstotliwością fali wysyłanej ze źródła ν. Ta zmiana częstotliwości wynika z ruchu źródła lub obserwatora względem ośrodka w którym porusza się fala z prędkością v.



Źródło fal poruszając się z prędkością v_z wysyła dwa sygnały w odstępie czasu równym ich okresowi drgań T. Sygnały te docierają do obserwatora poruszającego się z prędkością v_o w odstępie czasu T'.
Zakładamy że kierunki prędkości źródła i obserwatora są te same.

Długość odcinka drogi pomiędzy punktem wysłania pierwszego sygnału przez źródło, a punktem w którym dotarł drugi sygnał do obserwatora można podzielić na dwa sposoby:

$$v_z T + vt_2 = vt_1 + v_o T' \quad \Rightarrow \quad v\left(t_2 - t_1\right) = v_o T' - v_z T$$

gdzie t_1 i t_2 to czasy przebiegu pierwszego i drugiego sygnału od źródła do obserwatora.

Analogicznie dla czasu trwania przebiegu sygnałów:

$$T + t_2 = t_1 + T' \quad \Rightarrow \quad t_2 - t_1 = T' - T$$

Długość odcinka drogi pomiędzy punktem wysłania pierwszego sygnału przez źródło, a punktem w którym dotarł drugi sygnał do obserwatora można podzielić na dwa sposoby:

$$v_z T + vt_2 = vt_1 + v_o T' \quad \Rightarrow \quad v\left(t_2 - t_1\right) = v_o T' - v_z T$$

gdzie t_1 i t_2 to czasy przebiegu pierwszego i drugiego sygnału od źródła do obserwatora.

Analogicznie dla czasu trwania przebiegu sygnałów:

$$T + t_2 = t_1 + T' \quad \Rightarrow \quad t_2 - t_1 = T' - T$$

Po podstawieniu za różnicę czasu $\quad v\left(T' - T\right) = v_o T' - v_z T$ otrzymujemy okres drgań odbieranych i ich częstotliwość:

$$T' = T\frac{v - v_z}{v - v_o} \quad \Rightarrow \quad \nu' = \nu\frac{v - v_o}{v - v_z}$$

Prędkość fali w ośrodku sprężystym

Przeanalizujemy rozchodzenie się *fali podłużnej* w długim, sprężystym pręcie o przekroju poprzecznym S.

Prędkość fali w ośrodku sprężystym

Przeanalizujemy rozchodzenie się *fali podłużnej* w długim, sprężystym pręcie o przekroju poprzecznym S.

Działanie siły F w czasie t powoduje przesunięcie pręta na długości l o odległość Δl.
Z Uogólnionej II Zasady Dynamiki: $Ft = m\Delta v = m\frac{\Delta l}{t}$
Masa części pręta o gęstości ρ objętej zaburzeniem: $m = Sl\rho$
Z prawa Hooke'a: $\sigma = E\varepsilon \quad \Rightarrow \quad F = SE\frac{\Delta l}{l}$

Prędkość fali w ośrodku sprężystym

Przeanalizujemy rozchodzenie się *fali podłużnej* w długim, sprężystym pręcie o przekroju poprzecznym S.

Działanie siły F w czasie t powoduje przesunięcie pręta na długości l o odległość Δl.
Z Uogólnionej II Zasady Dynamiki: $Ft = m\Delta v = m\frac{\Delta l}{t}$
Masa części pręta o gęstości ρ objętej zaburzeniem: $m = Sl\rho$
Z prawa Hooke'a: $\sigma = E\varepsilon \quad \Rightarrow \quad F = SE\frac{\Delta l}{l}$

Po przyrównaniu sił z obu wzorów: $F = \frac{Sl\rho\Delta l}{t^2} = SE\frac{\Delta l}{l}$

Prędkość fali w ośrodku sprężystym

Przeanalizujemy rozchodzenie się *fali podłużnej* w długim, sprężystym pręcie o przekroju poprzecznym S.

Działanie siły F w czasie t powoduje przesunięcie pręta na długości l o odległość Δl.
Z Uogólnionej II Zasady Dynamiki: $Ft = m\Delta v = m\frac{\Delta l}{t}$
Masa części pręta o gęstości ρ objętej zaburzeniem: $m = Sl\rho$
Z prawa Hooke'a: $\sigma = E\varepsilon \quad \Rightarrow \quad F = SE\frac{\Delta l}{l}$

Po przyrównaniu sił z obu wzorów: $F = \frac{Sl\rho\Delta l}{t^2} = SE\frac{\Delta l}{l}$

stąd prędkość fali w pręcie: $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

W przypadku odkształceń *objętościowych* lub *postaciowych* analogiczne wyprowadzenia dają prędkość:

$$v = \frac{1}{\sqrt{K\rho}} \qquad \text{lub} \qquad v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

K – moduł ściśliwości $\qquad$ G – moduł sztywności

W przypadku odkształceń *objętościowych* lub *postaciowych* analogiczne wyprowadzenia dają prędkość:

$$v = \frac{1}{\sqrt{K\rho}} \qquad \text{lub} \qquad v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

K – moduł ściśliwości $\qquad$ G – moduł sztywności

Rozchodzenie się fali głosowej w gazach

odpowiada w przybliżeniu przemianom *adiabatycznym* (bez wymiany ciepła z otoczeniem):

$$pV^{\kappa} = \mathrm{const} \qquad \kappa = c_P/c_V$$

W przypadku odkształceń *objętościowych* lub *postaciowych* analogiczne wyprowadzenia dają prędkość:

$$v = \frac{1}{\sqrt{K\rho}} \qquad \text{lub} \qquad v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

K – moduł ściśliwości $\qquad$ G – moduł sztywności

Rozchodzenie się fali głosowej w gazach

odpowiada w przybliżeniu przemianom *adiabatycznym* (bez wymiany ciepła z otoczeniem):

$$pV^{\kappa} = \mathrm{const} \qquad \kappa = c_P/c_V$$

po zróżniczkowaniu: $\quad V^{\kappa}\,dp + p\kappa V^{\kappa-1}\,dV = 0 \quad \Rightarrow \quad dp = -\kappa p\frac{dV}{V}$

z prawa Hooke'a: $\quad \frac{dV}{V} = -K\,dp$

W przypadku odkształceń *objętościowych* lub *postaciowych* analogiczne wyprowadzenia dają prędkość:

$$v = \frac{1}{\sqrt{K\rho}} \qquad \text{lub} \qquad v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

K – moduł ściśliwości $\qquad$ G – moduł sztywności

Rozchodzenie się fali głosowej w gazach

odpowiada w przybliżeniu przemianom *adiabatycznym* (bez wymiany ciepła z otoczeniem):

$$pV^{\kappa} = \mathrm{const} \qquad \kappa = c_P/c_V$$

po zróżniczkowaniu: $\quad V^{\kappa}\,dp + p\kappa V^{\kappa-1}\,dV = 0 \quad \Rightarrow \quad dp = -\kappa p\frac{dV}{V}$

z prawa Hooke'a: $\quad \frac{dV}{V} = -K\,dp$

po podstawieniu: $\quad dp = \kappa pK\,dp \quad \Rightarrow \quad K = \frac{1}{\kappa p}$

Prędkość dźwięku w gazie: $\quad v = \frac{1}{\sqrt{K\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}$

Fale głosowe

Korzystając z równania stanu gazu doskonałego $p = \frac{\rho}{\mu} RT$
otrzymujemy zależność prędkości dźwięku od temperatury:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}} \approx \sqrt{\frac{1{,}33 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}029}} \, \frac{m}{s} \approx 334 \, \frac{m}{s}$$

μ – masa cząsteczkowa
R – stała gazowa

Fale głosowe

Korzystając z równania stanu gazu doskonałego $p = \frac{\rho}{\mu} RT$
otrzymujemy zależność prędkości dźwięku od temperatury:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}} \approx \sqrt{\frac{1{,}33 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}029}} \frac{m}{s} \approx 334 \frac{m}{s}$$

μ – masa cząsteczkowa
R – stała gazowa

Głos albo fale akustyczne (dźwiękowe)

to *fale podłużne* rozchodzące się w ośrodku sprężystym.

Fale głosowe

Korzystając z równania stanu gazu doskonałego $p = \frac{\rho}{\mu} RT$
otrzymujemy zależność prędkości dźwięku od temperatury:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{\mu}} \approx \sqrt{\frac{1{,}33 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}029}} \frac{m}{s} \approx 334 \frac{m}{s}$$

μ – masa cząsteczkowa
R – stała gazowa

Głos albo fale akustyczne (dźwiękowe)

to *fale podłużne* rozchodzące się w ośrodku sprężystym.

Przeciętne ucho słyszy dźwięki o częstości od 16 Hz do 20 kHz.
Fale o częstości poniżej 16 Hz nazywamy **infradźwiękami**,
a powyżej 20 kHz **ultradźwiękami**.

Dźwięki słyszalne charakteryzujemy podając tzw. **znamiona dźwięku**:

Dźwięki słyszalne charakteryzujemy podając tzw. **znamiona dźwięku**:

1. wysokość (częstość drgań),

Dźwięki słyszalne charakteryzujemy podając tzw. **znamiona dźwięku**:

1. wysokość (częstość drgań),
2. głośność lub natężenie (amplitudę drgań),

Dźwięki słyszalne charakteryzujemy podając tzw. **znamiona dźwięku**:

1. wysokość (częstość drgań),
2. głośność lub natężenie (amplitudę drgań),
3. barwę (widmo akustyczne).

Dźwięki słyszalne charakteryzujemy podając tzw. **znamiona dźwięku**:

1. wysokość (częstość drgań),
2. głośność lub natężenie (amplitudę drgań),
3. barwę (widmo akustyczne).

Największą czułość ucho przejawia w zakresie częstości $2 - 3\,kHz$.

Dźwięki słyszalne charakteryzujemy podając tzw. **znamiona dźwięku**:

1. wysokość (częstość drgań),
2. głośność lub natężenie (amplitudę drgań),
3. barwę (widmo akustyczne).

Największą czułość ucho przejawia w zakresie częstości $2 - 3\,kHz$.

Głośność wzorcowa

to głośność dźwięku o częstości $1\,kHz$ i natężeniu $I_0 = 10^{-12}\,W/m^2$ odpowiadającemu **progowi słyszalności** przy tej częstości.

Dźwięki słyszalne charakteryzujemy podając tzw. **znamiona dźwięku**:

1. wysokość (częstość drgań),
2. głośność lub natężenie (amplitudę drgań),
3. barwę (widmo akustyczne).

Największą czułość ucho przejawia w zakresie częstości $2 - 3\,kHz$.

Głośność wzorcowa

to głośność dźwięku o częstości $1\,kHz$ i natężeniu $I_0 = 10^{-12}\,W/m^2$ odpowiadającemu **progowi słyszalności** przy tej częstości.

Głośność dźwięku

o tej samej częstości i innym natężeniu I: $\quad L = \lg \frac{I}{I_0}$
Jednostkami głośności są *bele* $[B]$ lub częściej używane *decybele* $[dB]$.
Zwykła rozmowa ma głośność około $40\,dB = 4\,B$, tzn. jej *natężenie dźwięku* jest $I/I_0 = 10^L = 10^4$ razy większe od progu słyszalności.

Dla dźwięków o innej częstości niż wzorcowa 1 *kHz*, głośność podajemy w *fonach* (nie *decybelach*), gdy dźwięk wydaje się być tak samo głośny jak dźwięk o *częstości wzorcowej* i danej liczbie *decybeli*.

Dla dźwięków o innej częstości niż wzorcowa 1 *kHz*, głośność podajemy w *fonach* (nie *decybelach*), gdy dźwięk wydaje się być tak samo głośny jak dźwięk o *częstości wzorcowej* i danej liczbie *decybeli*.

Obszar słyszalności mieści się między dolną granicą zwaną *progiem słyszalności* i górną zwaną *progiem bólu*.

Dla dźwięków o innej częstości niż wzorcowa 1 *kHz*, głośność podajemy w *fonach* (nie *decybelach*), gdy dźwięk wydaje się być tak samo głośny jak dźwięk o *częstości wzorcowej* i danej liczbie *decybeli*.

Obszar słyszalności mieści się między dolną granicą zwaną *progiem słyszalności* i górną zwaną *progiem bólu*.

Próg słyszalności zależy od częstości i ma minimum w obszarze największej czułości.

Dla dźwięków o innej częstości niż wzorcowa 1 kHz, głośność podajemy w *fonach* (nie *decybelach*), gdy dźwięk wydaje się być tak samo głośny jak dźwięk o *częstości wzorcowej* i danej liczbie *decybeli*.

Obszar słyszalności mieści się między dolną granicą zwaną *progiem słyszalności* i górną zwaną *progiem bólu*.

Próg słyszalności zależy od częstości i ma minimum w obszarze największej czułości.

Próg bólu prawie nie zależy od częstości i wynosi około 120 dB.

Dla dźwięków o innej częstości niż wzorcowa 1 kHz, głośność podajemy w *fonach* (nie *decybelach*), gdy dźwięk wydaje się być tak samo głośny jak dźwięk o *częstości wzorcowej* i danej liczbie *decybeli*.

Obszar słyszalności mieści się między dolną granicą zwaną *progiem słyszalności* i górną zwaną *progiem bólu*.

Próg słyszalności zależy od częstości i ma minimum w obszarze największej czułości.

Próg bólu prawie nie zależy od częstości i wynosi około 120 dB.

Fale stojące wzbudzone w źródłach dźwięku mają różne częstości. Poszczególne składowe harmoniczne różnią się amplitudami. Ucho słyszy pierwszą składową i z jej częstością wiąże **wysokość dźwięku**. Sumę wszystkich harmonicznych słyszymy jako **barwę**. Natężenie poszczególnych harmonicznych w zależności od ich częstości nazywamy **widmem akustycznym**.