Zestaw 2 zadań z Kinematyki i Dynamiki:

1. Ruch punktu dany jest za pomocą współrzędnych biegunowych r i φ, gdzie:

$$r = a\,e^{ct}, \qquad \varphi = bt,$$

a, b, c - stałe, t - czas. Wyznaczyć wektor prędkości $\vec{v}$ i wektor przyspieszenia $\vec{a}$ tego punktu oraz obliczyć kąt zawarty między tymi wektorami.

2. Ruch punktu we współrzędnych kartezjańskich dany jest wzorem: $x(t) = a\sin(bt)\cos(bt)$, $y(t) = a\sin^2(bt)$ dla $t \in \left[0, \frac{\pi}{b}\right]$, $a > 0$ i $b > 0$. Wyznaczyć we współrzędnych biegunowych położenie, prędkość i przyspieszenie oraz kosinus kąta między prędkością i przyspieszeniem.

3. Statek odpływa od brzegu w linii prostej ze stałą prędkością $v = 11$ węzłów (1 węzeł = 1 mila morska/h, mila morska równa jest długości wycinka równika ziemskiego odpowiadającej jednej minucie kątowej: $40\,000\,km/(360 \cdot 60) = 1,851\,85\,km \approx 1,852\,km$). Po czasie $t = 25$ min zaobserwowano z brzegu pozorne zwiększenie jego zanurzenia o $h = 11,3\,m$. Oblicz na tej podstawie przybliżony promień Ziemi R_Z.

4. Samochód sportowy rusza z miejsca i osiąga po czasie $2,8\,s$ prędkość $100\,km/h$, po czasie $8,6\,s$ od startu prędkość $200\,km/h$, a po czasie $24\,s$ prędkość $300\,km/h$. Oblicz wywołane średnie przeciążenie na każdym z tych trzech rozłącznych etapów (uwzględniając zwykłe przyspieszenie ziemskie $g = 9,81\,m/s^2$).

5. O jaki kąt α odchyli się od pionu rowerzysta jadący z prędkością $v = 10\,m/s$ po zakręcie o promieniu krzywizny $R = 50\,m$?

6. Długość drogi hamowania pewnego samochodu jadącego po poziomej powierzchni z prędkością $v = 100\,km/h$ wynosi $s = 30\,m$. Jaka będzie długość drogi hamowania tego samochodu po powierzchni tego samego rodzaju nachylonej pod kątem $\alpha = 5°$ do poziomu gdy jedzie on pod górę i gdy jedzie z góry?

7. Ciało o masie m rzucono w pobliżu powierzchni Ziemi pionowo do góry z prędkością początkową v_0. Przyjmując, że siła oporu powietrza jest proporcjonalna do prędkości wyznaczyć zależność prędkości ciała od czasu oraz czas odpowiadający maksymalnemu wzniesieniu.

8. Samochód o masie m hamowany jest siłą oporu $F = -kv^2$. Jaką drogę przebędzie samochód zanim prędkość jego zmaleje do połowy?

9. Ciało o masie m porusza się pod działaniem zmiennej siły $F = kt$ skierowanej przeciwnie do prędkości początkowej v_0. Po jakim czasie t' zatrzyma się to ciało?